සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

Ananda College, Colombo 10.

10	S	II

පළමුවන වාර පරීක්ෂණය - 2025 අප්‍රේල්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය II

Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

❖ B - කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

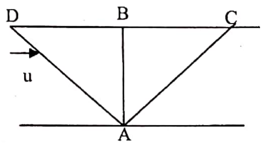
B - කොටස

(11) a) ක්‍රීඩා උත්සවයක සහය දිවීමේ තරගයක නිරත වන A හා B ක්‍රීඩකයන් දෙදෙනෙකුගේ යෂ්ටි හුවමාරුව සිදුවන අයුරු පහත විස්තර කර ඇත. A හා B සරල රේඛීය මාර්ගයක එකම දිශාවට චලිත වන අතර A , $5u\ ms^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින් චලිත වෙමින්, $f\ ms^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයෙන් චලිත වී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. B නිශ්චලතාවයේ සිට නියත ත්වරණයකින් $5u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගෙන, එම නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. යෂ්ටි හුවමාරුව සිදුවන්නේ B චලිත වීමට පටන් ගෙන තත්පර t කාලයක පසුව, දෙදෙනාගේම ප්‍රවේගය $4u\ ms^{-1}$ වන මොහොතේ වේ. මෙම අවස්ථාවේ දී B ක්‍රීඩකයා A ක්‍රීඩකයාට d m දුරින් ඉදිරියෙන් වේ. A හා B ක්‍රීඩකයන් දෙදෙනාගේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න.

i) එනයින් B ක්‍රීඩකයා චලිත වීමට පටන් ගත් අවස්ථාවේ සිට කොපමණ කාලයකින් A ක්‍රීඩකයා මන්දනය වීමට පටන් ගනී දැයි සොයන්න.

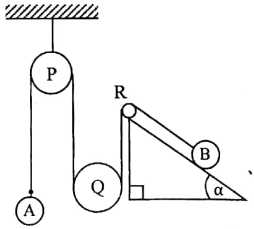
ii) B චලිත වීමට පටන් ගන්නා විට, A ක්‍රීඩකයා හා B ක්‍රීඩකයා අතර පරතරය S නම් $S = \left(3ut + d - \frac{u^2}{2f}\right)$ බව පෙන්වන්න.

b) සමාන්තර සෘජු ඉවුරු සහිත පළල d වූ ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගලයි. රූපයේ A , B , C , D ඉවුරු මත වූ ලක්ෂ්‍ය හතරකි. මෙහි AB = BC = BD වේ. ජලයට සාපේක්ෂව නියත v (> u) වේගයෙන් චලනය වන B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකක් එකම මොහොතක A සිට ඒවායේ ගමන් ආරම්භ කරයි. B_1 බෝට්ටුව පළමුව $\overrightarrow{AC}$ දිගේ C වෙත ගොස් ඉන්පසු CB දිශාවට ගඟ දිගේ ඉහළට B වෙත යයි. B_2 බෝට්ටුව $\overrightarrow{AD}$ දිගේ D වෙත ගොස් DB දිශාවට ගඟ දිගේ පහළට B වෙත යයි. B_1 හි A සිට C දක්වා ද, B_2 හි A සිට D දක්වා ද චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න. එනයින් A සිට C දක්වා B_1 බෝට්ටුවේ වේගය $\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{2v^2 - u^2} + u\right]$ බව පෙන්වා A සිට D දක්වා B_2 බෝට්ටුවේ වේගය සොයන්න. B_1 හා B_2 බෝට්ටු එකවර B වෙත ළඟාවන බව පෙන්වන්න.

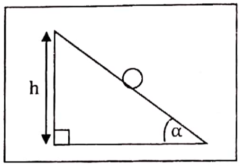


CamScanner

(12) a) රූපයේ දැක්වෙන පද්ධතිය A නම් m kg ස්කන්ධයකින්ද, P නම් අචල කප්පියකින් ද, ස්කන්ධය 5m kg වූ සුමට Q නම් සචල කප්පියකින් ද R නම් සුමට අචල කප්පියකින් ද, A ට එක් කෙළවරක් ගැටගසා කප්පි මතින් පැන්නූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක නිදහස් කෙළවර B නම් 3m kg ස්කන්ධයකින් ද සමන්විත වේ. B ස්කන්ධය α ආනත සුමට අචල තලයක් මත තබා ඇත. ආනත තලය මත වූ තන්තු කොටස තලයට සමාන්තර වන අතර අනෙක් තන්තු කොටස් සියල්ල සිරස් වේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහල පසුව ඇතිවන චලිතයේ දී එක් එක් ස්කන්ධයේ ත්වරණය සොයන්න.



b) M ස්කන්ධයෙන් ද h උසකින් ද $\alpha \left(< \pi/2\right)$ ආනතියෙන් ද යුත් සුමට කුඤ්ඤයකට ආරෝහකයක (ඔසොවිචක) විශාල සුමට තිරස් බිමක් මත තිරස් දිශාවක් ඔස්සේ චලනය වීමට නිදහස ඇත. ආරෝහකය a නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි. KM ($K \geq 1$) ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් කුඤ්ඤයේ පහළ දාරයෙන් ආරම්භ කර එහි මුහුණත දිගේ ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරෙන්නේ V ප්‍රවේගයෙනි.



අංශුවේ චලිතය සිදු වන්නේ කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණතේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ යැයි උපකල්පනය කරමින් ඕනෑම වේලාවක දී අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න. අංශුව කුඤ්ඤයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවේ නම් $V > \left[\frac{2(1+K)(g+a)h}{1+K\sin^2\alpha}\right]^{1/2}$ බව පෙන්වන්න.

(13) a) තිරස්ව u හා තිරසට $\theta \left(0 < \theta < \pi/2\right)$ ආනතව u ප්‍රවේගයක් ද සහිතව O ලක්ෂ්‍යයක සිට ගුරුත්වය යටතේ වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. O ලක්ෂ්‍යයේ සිට තිරස් විස්ථාපනය x ද, සිරස් විස්ථාපනය y ද වන ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර යන විට වස්තුව,

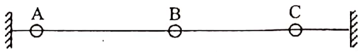
$$(1+\cos\theta)^2 y = x\sin\theta(1+\cos\theta) - \frac{gx^2}{2u^2}$$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

එනයින් වස්තුවේ තිරස් පරාසය අපෝහනය කරන්න.

තවද උපරිම තිරස් පරාසයක් ලබාදෙන θ හි අගය සොයා උපරිම තිරස් පරාසය ද සොයන්න.

CS CamScanner

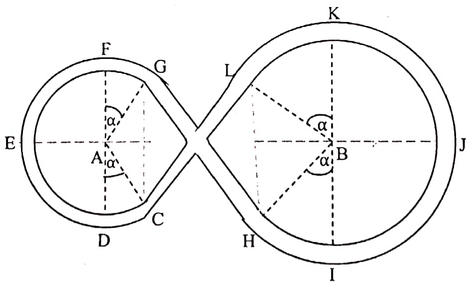
b)



රූපයේ පරිදි ස්කන්ධය m වූ සර්වසම ප්‍රත්‍යස්ථ A , B , C ගෝල තුනක් ඒවායේ කේන්ද්‍ර ඔස්සේ යන සේ සිදුරු කර එතුළින් සෘජු කම්බියක් දමා සවිකර ඇත. A හා B අතර කම්බිය සුමට වන අතර B හා C අතර පමණක් කම්බිය රළු වේ. ඒවා එක එක අතර පරතරය d ද, ඝර්ෂණ සංගුණකය μ ද වේ. A ගෝලය u වේගයෙන් B වෙතට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. A ගෝලය B හි ගැටීමෙන් පසු A හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $v_1 = \frac{u}{2}(1-e)$ හා $v_2 = \frac{u}{2}(1+e)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු A , B , C ගෝල අතර ගැටුම් සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකයයි. තවද B ගෝලය C හි ගැටුමට මොහොතකට පෙර ප්‍රවේගය v_3 සඳහා ප්‍රකාශනයක් u , e, g , d හා μ ඇසුරින් ලබා ගන්න.

B හා C ගැටුමෙන් පසු B හි ප්‍රවේගය සොයා, නැවත A හා B අතර ගැටුමක් ඇති වීමට නම් $u^2 < \frac{8(3-e)(1+e)\mu g d}{(3+e)(1-e)^3}$ බව පෙන්වන්න.

(14) a)



ඉහත රූපයේ පරිදි අරය a හා අරය 3a වූ වෘත්තාකාර සිදුරු නල දෙකකින් (π − 2α) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ කොටස් දෙකක් ඉවත් කළ පසු ඉතිරි වන වෘත්ත ඛණ්ඩ දෙක, සරල රේඛීය සිදුරු සිහින් නල දෙකකින් ස්පර්ශීයව සම්බන්ධ කර, මෙම සරල රේඛීය සිදුරු නල තුළින් අංශු ගමන් කළ හැකි පරිදි ඇටවුමක් සකස් කර ඇත. මෙහි $\cos\alpha > 1/3$ වේ. මෙම ඇටවුම සිරස් තලයක සවිකර, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් L හි දී නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරී නම්, C හිදී ප්‍රවේගය සොයන්න. තවද AD යටිඅත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට එහි ප්‍රවේගය v නම් $v^2 = 2ag[3\cos\alpha + \cos\theta]$ බව පෙන්වා, එවිට නලය මගින් අංශුව මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව, R සොයන්න. එනයින් අංශුව F ලක්ෂ්‍යය පසුකර යන බව පෙන්වා G හි දී ප්‍රවේගය අපෝහනය කරන්න.

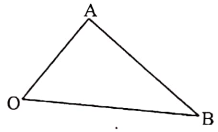
දැන් අංශුවේ H හිදී ප්‍රවේගය හා නලය මගින් අංශුව මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

CS CamScanner

b) ස්කන්ධය M kg වූ එන්ජිමක් ස්කන්ධය m kg වූ ටේලරයක් සෘජු තිරස් පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ එන්ජිමේ හා ටේලරයේ චලිත දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් ආධාරයෙනි. එන්ජිමේ හා ටේලරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙලින් නිවුටන් kM හා km වේ. මෙහි k (> 0) නියතයකි. එන්ජිම H w ජවයකින් ක්‍රියා කරන විට එන්ජිම හා ටේලරය නියත v ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි නම් k හි අගය M , m , v , H ඇසුරින් සොයන්න.

දැන් එය එම ප්‍රතිරෝධයම සහිතව තිරසට α ආනත තලයක ඉහළට නියත ප්‍රවේගයකින් චලිත වේ. මෙම අවස්ථාවේදී ම කේබලය කැඩී යයි නම් කේබලය කැඩී යාමෙන් මොහොතකට පසු එන්ජිමේ ත්වරණය $\frac{m}{M}\left[g\sin\alpha + \frac{H}{v(M+m)}\right]$ බව පෙන්වන්න.

15) a) OAB ත්‍රිකෝණයක $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ද AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M ද වේ. C යනු $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA}$ වන සේ දික්කළ OA පාදය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. N යනු දික්කළ CM රේඛාව OB පාදය හමුවන ලක්ෂ්‍යයයි.



i) $\overrightarrow{OM}$ හා $\overrightarrow{CM}$ $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

ii) $\overrightarrow{ON} = \left(2 - \frac{3}{2}\lambda\right)\underline{a} + \frac{1}{2}\lambda\underline{b}$ බව පෙන්වන්න. λ යනු නියතයකි.

iii) එනයින් ON : NB = 2 : 1 බව පෙන්වන්න.

iv) OB ට සමාන්තරව M හරහා ඇඳි සරල රේඛාව BC පාදය P හිදී හමුවේ නම් $\overrightarrow{MP}$, $\underline{b}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

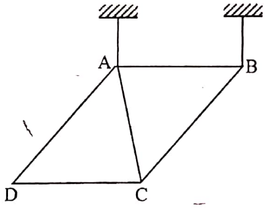
b) PQRS යනු පාදයක දිග ඒකක 8a වන සමචතුරස්‍රයකි. ST ඒකක 6a වන සේ PS පාදය T දක්වා දික්කර ඇත. නිව්ටන් 2F , 5F , 3F F , 5F , $2\sqrt{2}$ F හා $\sqrt{2}$F විශාලත්ව ඇති බල පිළිවෙලින් PQ , RQ , SR , PS , RT , PR හා QS අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා වලට ක්‍රියාකරයි.

i) සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සොයා එය PT සමඟ සාදන කෝණය සොයන්න.

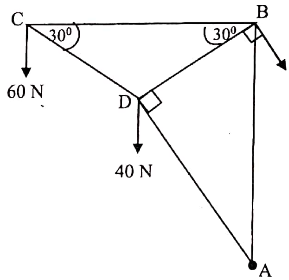
ii) සම්ප්‍රයුක්ත බලය PR ඔස්සේ ක්‍රියාකරන බව පෙන්වන්න.

iii) දැන් විශාලත්වය $3\frac{3}{4}$F වූ TR දිගේ ක්‍රියාකරන බලයක් හා වාමාවර්ත අතට ක්‍රියාකරන G ඝූර්ණයක් සහිත යුග්මයක් ඉහත පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය S හරහා ගමන් කරයි නම් G හි අගය සොයන්න.

16) a) එක එකක බර w වූ සමාන a දිගැති ඒකාකාර AB, BC, CD, DA දඬු හතරක් ඒවායේ කෙළවරවල් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් ABCD රොම්බසාකාර සැකිල්ලක් සාදා ඇත්තේ A හා C සන්ධි a දිගැති සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගින් සම්බන්ධ කරමිනි. මෙම සැකිල්ල රූපයේ පරිදි A හා B හි ගැට ගසන ලද තන්තු කොටස් දෙකක් මගින් සිවිලිමේ එල්ලා සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. D සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව, සැහැල්ලු දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය හා තන්තු කොටස් දෙකෙහි ආතති සොයන්න.

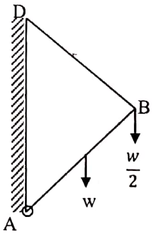


b) AB, BC, CD, DA හා BD දඬු පහකින් ඇති රාමු සැකිල්ල රූපයේ පෙන්වා ඇති අයුරින් A හිදී අසව්කර ඇත. BC = 6a වේ. B හි දී BD දණ්ඩට ලම්බකව පහළට යෙදූ P බලයක් මගින් හා C හා D සන්ධි වල එල්ලූ 60 N හා 40 N භාර මගින් සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ පවතී. P බලයේ හා අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.



බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල වල විශාලත්වය සොයන්න. ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග දක්වන්න.

17) a) බර w වන ඒකාකාර දණ්ඩක් A කෙළවර සිරස් බිත්තියකට අසවු කර ඇත. දණ්ඩේ අනෙක් කෙළවර වන B හි $\frac{w}{2}$ භාරයක් එල්ලා ඇති අතර එයට ඇඳූ l දිග අවිතන්‍ය තන්තුව A ට සිරස්ව ඉහළින් c දුරකින් පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා ඇත. තන්තුව යටි අත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදමින් පද්ධතිය සමතුලිතව ඇත. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{lw}{c}$ බව පෙන්වා අසවුවේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.



b) ඒකාකාර දණ්ඩක් රළු කුහර ගෝලයක් තුළ සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. දණ්ඩ ගෝලයේ කේන්ද්‍රයේ 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන අතර ඝර්ෂණ කෝණය λ වේ. දණ්ඩ තිරස සමග සාදන ආනතිය $tan^{-1}\left(\frac{\sin 2\lambda}{\cos 2\alpha + \cos 2\lambda}\right)$ බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩ හා කුහර ගෝලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ නම් දණ්ඩ තිරස සමග සාදන ආනතිය $tan^{-1}\left(\frac{\mu}{\cos^2\alpha - \mu^2 \sin^2\alpha}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

CamScanner